

3. SISTEMAS DE ECUACIONES

Están formados por varias ecuaciones con solución común.

Estudiaremos sistemas 2x2 (dos ecuaciones y dos incógnitas).

3.1. Empareja cada sistema con su solución.

$$a) \begin{cases} x + y = 4 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + 4 = 2y \\ x - y = -1 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x = y - 7 \\ x + 5 = y \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 2x - 3y = 0 \\ x + 6y = 15 \end{cases}$$

$$S1) x = 3, y = 2;$$

$$S2) x = -2, y = 5;$$

$$S3) x = 2, y = 3;$$

$$S4) x = 1, y = 3$$

MÉTODO DE REDUCCIÓN

1. Se preparan las dos ecuaciones, multiplicándolas por los números que convenga.
2. Las sumamos y desaparece una de las incógnitas. Se resuelve.
3. Se sustituye en una de las ecuaciones iniciales obteniendo el valor de la otra incógnita.

3.2. Resuelve los siguientes sistemas por reducción:

$$1. \begin{cases} 4x + 3y = 7 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x - y = 5 \\ 2x + 2y = 2 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 3x + 2y = 3 \\ -2x + y = -2 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 3x + 3y = 3 \\ 2x - 4y = -4 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 2x + y = 3 \\ -3x + 2y = -8 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 2x - y = 7 \\ -x + 3y = -1 \end{cases}$$

Soluciones: 1. $x=1, y=1$; 2. $x=1, y=0$; 3. $x=2, y=-1$; 4. $x=3, y=-2$; 5. $x=0, y=1$; 6. $x=4, y=1$

MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

1. Se despeja una incógnita en una de las ecuaciones.
2. Se sustituye esta incógnita en la otra ecuación. Se resuelve.
3. Sustituyendo la solución en la incógnita despejada, obtenemos la otra incógnita.

3.3. Resuelve por sustitución:

$$1. \begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 3y = 13 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} -3x + 2y = -13 \\ 2x + y = 11 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 2x - y = 7 \\ 3x + 2y = 0 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x + y = 1 \\ 3x + 2y = 0 \end{cases}$$

Soluciones: 1. $x=2, y=3$; 2. $x=2, y=-3$; 3. $x=5, y=1$; 4. $x=-2, y=3$

MÉTODO DE IGUALACIÓN

1. Se despeja una incógnita en una de las ecuaciones.
2. Se despeja la misma incógnita en la otra ecuación
3. Se iguala

3.4. Resuelve por igualación:

$$1. \begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 3y = 13 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 2x - y = 7 \\ 3x + 2y = 0 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} -3x + 2y = -13 \\ 2x + y = 11 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x + y = 1 \\ 3x + 2y = 0 \end{cases}$$

Soluciones: 1. $x=2, y=3$; 2. $x=2, y=-3$; 3. $x=5, y=-1$; 4. $x=-2, y=3$

3.5. Problemas con sistemas

1. En un corral de conejos y gallinas hay 25 cabezas y 80 patas. ¿Cuántos animales de cada clase hay?
2. La suma de dos números es 14 y su diferencia 4 ¿Cuáles son esos números?
3. En una granja se han envasado 300 litros de leche en 120 botellas de dos y cinco litros. ¿Cuántas botellas de cada clase se han utilizado?
4. Se quieren mezclar vino de 6 euros con otro de 3,50 euros, de modo que resulte vino con un precio de 5 euros el litro. ¿Cuántos litros de cada clase deben mezclarse para obtener 200 litros de la mezcla?
5. El perímetro de un rectángulo es de 22 cm, y sabemos que su base es 5 cm más larga que su altura. Plantea un sistema de ecuaciones y resuélvelo para hallar las dimensiones del rectángulo.

3.6. Resuelve por cualquier método:

$$a) \begin{cases} y = 30 - x \\ 2x + y = 50 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 3x + 7y = 6 \\ -5x + 3y = -10 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} y = 5 - x \\ -y = -3(x - 1) \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 2(x - 1) + y = 5 \\ 3(x + 1) - 2(y - 2) = 7 \end{cases}$$

4. ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\text{Tiene dos soluciones: } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

4.1. Resuelve las siguientes ecuaciones de 2º grado, usando la fórmula:

- | | |
|----------------------------|----------------------|
| 1) $x^2 - 7x + 12 = 0$ | Sol: $x=3; x=4$ |
| 2) $x^2 - 2x - 3 = 0$ | Sol: $x=3; x=-1$ |
| 3) $x^2 - 5x + 6 = 0$ | Sol: $x=2; x=3$ |
| 4) $x^2 - 2x - 15 = 0$ | Sol: $x=5; x=-3$ |
| 5) $x^2 + x - 6 = 0$ | Sol: $x=-3; x=2$ |
| 6) $x^2 - 6x + 9 = 0$ | Sol: $x=3$ (doble) |
| 7) $6x^2 + x - 2 = 0$ | Sol: $x=1/2; x=-2/3$ |
| 8) $4x^2 = 3 - 4x$ | Sol: $x=1/2; x=-3/2$ |
| 9) $2x^2 = 5x - 2 = 0$ | Sol: $x=1/2; x=2$ |
| 10) $3x^2 + 5x - 2 = 0$ | Sol: $x=1/3; x=-2$ |
| 11) $2x^2 + 10x - 48 = 0$ | Sol: $x=3; x=-8$ |
| 12) $x^2 - x = 20$ | Sol: $x=-4; x=5$ |
| 13) $x^2 = 5x + 6$ | Sol: $x=6; x=-1$ |
| 14) $2x^2 - 5x + 3 = 0$ | Sol: $x=1; x=3/2$ |
| 15) $x^2 + 10x + 25 = 0$ | Sol: -5 (doble) |
| 16) $x^2 + 9 = 10x$ | Sol: 1 y 9 |
| 17) $3x^2 - 39x + 108 = 0$ | Sol: 4 y 9 |
| 18) $2x^2 - 9x + 9 = 0$ | Sol: 3 y 3/2 |
| 19) $3x^2 + 2x = 8$ | Sol: -2 y $4/3$ |
| 20) $4x^2 + 12x + 9 = 0$ | Sol: $-3/2$ (doble) |

4.2. Resuelve las siguientes ecuaciones a la vista de su descomposición:

- | | |
|-------------------------|-------------------|
| 1) $(x-2).(x-3)=0$ | Sol: 2 y 3 |
| 2) $x.(2x-4)=0$ | Sol: 0 y 2 |
| 3) $(x+1).(2x-1)=0$ | Sol: -1 y $1/2$ |
| 4) $(x-2)^2 = 0$ | Sol: 2 (doble) |
| 5) $7.(2x-6).(x+3) = 0$ | Sol: 3 y -3 |
| 6) $(x-4).(x+3) = 0$ | Sol: 4 y -3 |

ECUACIONES 2º GRADO SIN TÉRMINO X:

Despejamos la x^2 y extraemos la raíz cuadrada

Ejemplos:

a) $x^2 = 36$

b) $3x^2 - 12 = 0$

c) $x^2 - 3x = 0$

Solución:

a) $x^2 = 36 \rightarrow x = \pm\sqrt{36} \rightarrow x = 6 \text{ y } x = -6$

b) $3x^2 - 12 = 0 \rightarrow 3x^2 = 12 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = 2 \text{ y } x = -2$

c) $x^2 - 3x = 0 \rightarrow x(x-3) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$

4.3. Ecuaciones 2º grado sin término de x:

a) $3x^2 - 27 = 0$ Sol: ± 3

b) $2x^2 - 8 = 0$ Sol: ± 2

c) $2x^2/3 - 6 = 0$ Sol: ± 3

d) $9x^2 = 4$ Sol: $\pm 2/3$.

ECUACIONES 2º GRADO SIN TÉRMINO INDEPENDIENTE:

Factorizamos e igualamos a cero cada factor

Ejemplos:

$$2x^2 - 5x = 0 \Rightarrow x(2x - 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2x - 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{5}{2} \end{cases}$$

4.4. Ecuaciones 2º grado sin término independiente

a) $x^2 - 5x = 0$ Sol: 0 y 5

b) $x^2 + 16x = 0$ Sol: 0 y -16

c) $x^2 + x = 0$ Sol: 0 y -1

d) $x^2 - x = 0$ Sol: 0 y 1