CEA INFANTE
Murcia

MATEMÁTICAS

Nivel II - ESPA

$1 \times 8 + 1 = 9$
$12 \times 8 + 2 = 98$
$123 \times 8 + 3 = 987$
$1234 \times 8 + 4 = 9876$
$12345 \times 8 + 5 = 98765$
$123456 \times 8 + 6 = 987654$
$1234567 \times 8 + 7 = 9876543$
$12345678 \times 8 + 8 = 98765432$
$123456789 \times 8 + 9 = 987654321$

Imagen de "La poesía de los números"
de Daniel Tammet

NIVEL II

1º Cuatrimestre	2º Cuatrimestre
Lecc. 1. ENTEROS 1. Número entero 2. Operaciones 3. Prioridades entre operaciones 4. Potencias 5. Potencia de exponente negativo **Lecc. 2. FRACCIONES** 1. Concepto de fracción 2. Fracciones equivalentes 3. Operaciones 4. Número mixto 5. Fracción y porcentaje.	**Lecc 7. FUNCIONES. GRÁFICAS** 1. Coordenadas cartesianas 2. Gráficas 3. Concepto de función. 4. Representación de rectas ~~5. Recta que pasa por dos puntos~~ 6. Resolución gráfica de sistemas 7. Representación de Parábolas. **Lecc. 8. NÚMEROS REALES** 1. Aproximaciones 2. Error 3. Notación científica 4. Radicales 5. Racionalización.
Lecc. 3. PROPORCIONALIDAD. INTERÉS 1. Proporción 2. Reparto proporcional 3. Regla de tres compuesta 4. Interés simple **Lecc. 4. POLINOMIOS** 1. Monomios 2. Polinomios 3. Valor numérico 4. Factor común 5. Identidades notables	**Lecc. 9. PORCENTAJES. HOJA CÁLCULO** 1. Porcentajes 2. Aumentar un % 3. Disminuir un % 4. Hoja de cálculo **Lecc. 10. ÁLGEBRA** 1. Repaso de operaciones 2. División Ruffini 3. Descomposición factorial de un polinomio 4. Simplificación de fracciones algebraicas.
Lecc. 5. ECUACIONES Y SISTEMAS 1. Ecuaciones de primer grado 2. Problemas con ecuaciones 3. Sistemas (reducción, sustitución, igualación). 4. Ecuación de segundo grado **Lecc. 6. GEOMETRÍA** 1. Polígonos 2. Triángulos 3. Cuadriláteros 4. Polígono regular 5. Circunferencia y círculo 6. Cuerpos en el espacio. Áreas 7. Volúmenes	**Lecc 11. SEMEJANZA. TRIGONOMETRÍA** 1. Semejanza 2. Teorema de Tales 3. Mapas y escalas 4. Razones trigonométricas 5. Resolución de triángulos rectángulos 6. Relaciones fundamentales **Lecc. 12. ESTADÍSTICA** 1. Estadística 2. Frecuencias 3. Medidas estadísticas 4. Gráficos estadísticos **Lecc. 13. PROBABILIDAD** 1. Probabilidad de Laplace 2. Diagrama de Venn 3. Diagramas de árbol

Apuntes redactados por Juan Egea,
profesor del CEA Infante. Murcia

UNIDADES

1. LONGITUD

Kilómetro	km	1000	m
Hectómetro	hm	100	m
Decámetro	dam	10	m
metro	**m**	**1**	**m**
decímetro	dm	0,1	m
centímetro	cm	0,01	m
milímetro	mm	0,001	m

2. SUPERFICIE

Kilómetro cuadrado	km^2	1.000.000	m^2	
Hectómetro cuadrado	hm^2	10.000	m^2	**Hectárea**
Decámetro cuadrado	dam^2	100	m^2	**Área**
metro cuadrado	**m^2**	**1**	**m^2**	**centiárea**
decímetro cuadrado	dm^2	0,01	m^2	
centímetro cuadrado	cm^2	0,000 1	m^2	
milímetro cuadrado	mm^2	0,000 001	m^2	

3. VOLUMEN - CAPACIDAD

Kilómetro cúbico	km^3	1.000.000.000	m^3	
Hectómetro cúbico	hm^3	1.000.000	m^3	
Decámetro cúbico	dam^3	1.000	m^3	
metro cúbico	**m^3**	**1**	**m^3**	**kl**
decímetro cúbico	dm^3	0,001	m^3	**l**
centímetro cúbico	**cm^3**	0,000 00 1	m^3	**ml**
milímetro cúbico	mm^3	0,000 000 001	m^3	

m^3			**dm^3**			**cm^3**
1000	100	10	1	0,1	0,01	0,001
Kl	Hl	Dl	**litro**	dl	cl	**ml**

Lecc. 6. GEOMETRÍA

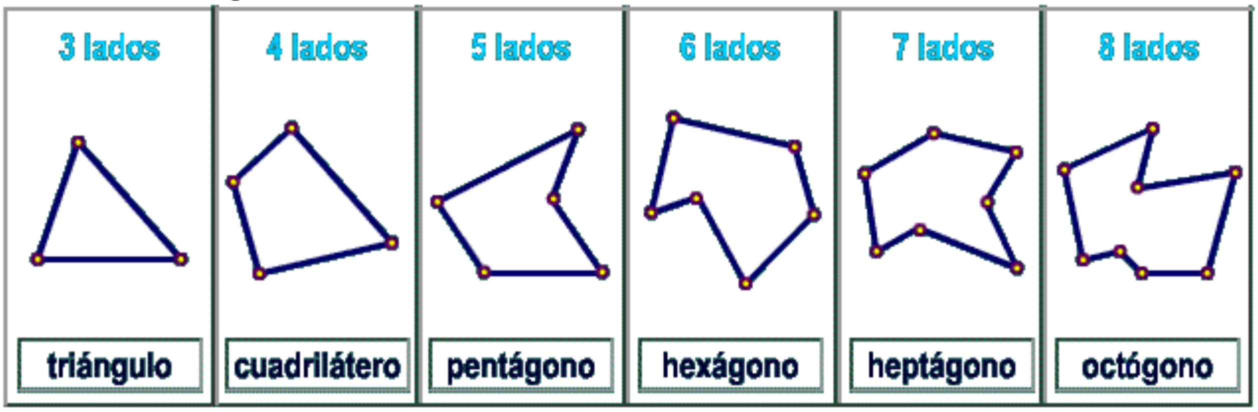
GEOMETRÍA PLANA: 1. Polígonos; 2. Triángulos. 3. Cuadriláteros. 4. Polígono regular; 5. Circunferencia y círculo
GEOMETRÍA EN EL ESPACIO: 6. Cuerpos en el espacio, Áreas; 7. Volúmenes

GEOMETRÍA PLANA

1. POLÍGONOS

Polígono es una figura plana, cerrada y limitada por segmentos.

Clasificación según número de lados



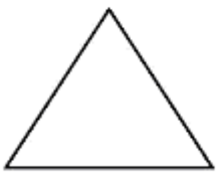
Lados: son los segmentos que forman el polígono
Vértices: son los extremos de los lados
Diagonales: son los segmentos determinados por cada dos vértices no consecutivos

2. TRIÁNGULOS

Triángulo es el polígono de tres lados.

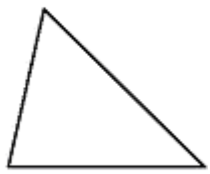
Teorema: En todo triángulo, la suma de sus ángulos interiores es igual a 180º

Clasificación según sus lados:



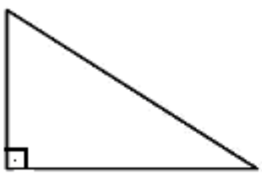
Equilátero:
3 lados iguales

Isósceles:
2 lados iguales

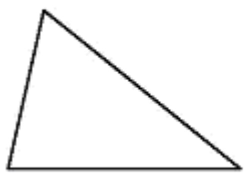


Escaleno:
3 lados desiguales

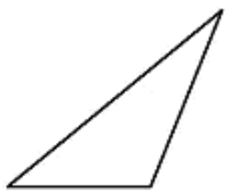
Clasificación según sus ángulos:



Rectángulo:
tiene un ángulo recto

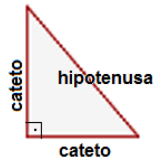


Acutángulo:
los tres ángulos agudos



Obtusángulo:
un ángulo obtuso

En el triángulo rectángulo llamamos:
Catetos, a los lados del ángulo recto.
Hipotenusa, al lado opuesto al ángulo recto



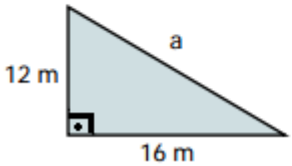
TEOREMA DE PITÁGORAS

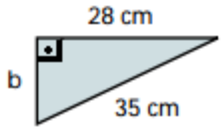
En todo triángulo rectángulo:

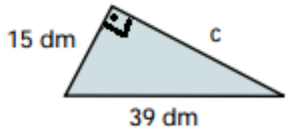
$$\textbf{cateto}^2 + \textbf{cateto}^2 = \textbf{hipotenusa}^2$$

2.1. Ejercicios:

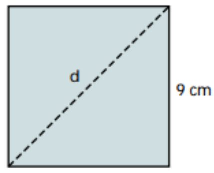
a) Calcula en cada figura el lado que falta



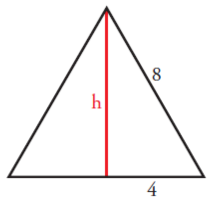




b) Calcula la diagonal de un cuadrado de 9 cm de lado.



c) Calcula la altura del triángulo equilátero de 8 cm lado.



d) Completa las siguientes ternas pitagóricas: (cat, cat, hip);

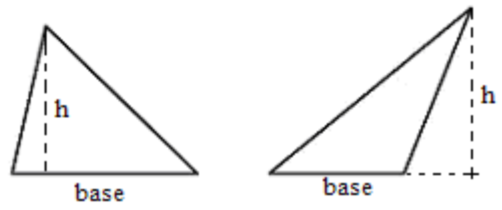
(3 , 4, h);	(5, c, 13);	(c, 8, 17);
(c, 24, 25);	(20, 21, h);	(9, c, 41).

2.2. Determina si cada uno de los siguientes triángulos es rectángulo, acutángulo u obtusángulo.
Sugerencia: aplica Pitágoras considerando catetos los lados más cortos; Compara con el tercer lado.

a) a = 15 cm, b = 10 cm, c = 11 cm
b) a = 35 m, b = 12 m, c = 37 m
c) a = 23 dm, b = 30 dm, c = 21 dm
d) a = 15 m, b = 20 m, c = 25 m
e) a = 11 m, b = 10 m, c = 7 m
f) a = 14 cm, b = 28 cm, c = 14 cm

Soluciones: a) Obtusángulo. b) Rectángulo. c) Acutángulo. d) Rectángulo. e) Acutángulo. f) Obtusángulo.

ÁREA DEL TRIÁNGULO

Altura de un triángulo es la recta perpendicular trazada desde un vértice al lado opuesto (o su prolongación). Hay una altura sobre cada lado	

$$\acute{A}rea = \frac{base \bullet altura}{2}$$

2.3. Calcula:

a) El área de un triángulo de base = 12 cm y altura = 8 cm

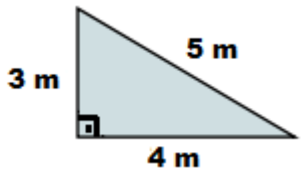
b) La base de un triángulo que tiene 14 cm^2 de área y 4 cm de altura

c) La altura de un triángulo que tiene 735 cm^2 de área y 42 cm de base

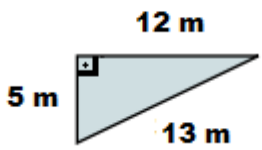
d) Área de un triángulo isósceles cuyos lados iguales miden 13 cm, y el desigual, 10 cm.

2.4. Calcula:

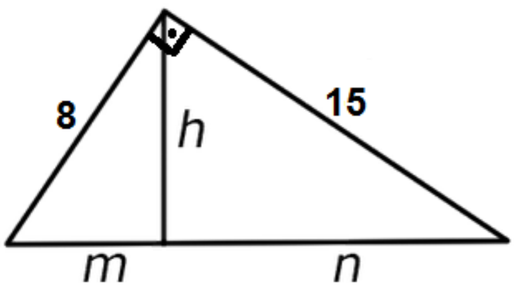
a) Calcula la altura sobre la hipotenusa del siguiente triángulo rectángulo:



b) Calcula la altura sobre la hipotenusa del siguiente triángulo rectángulo:



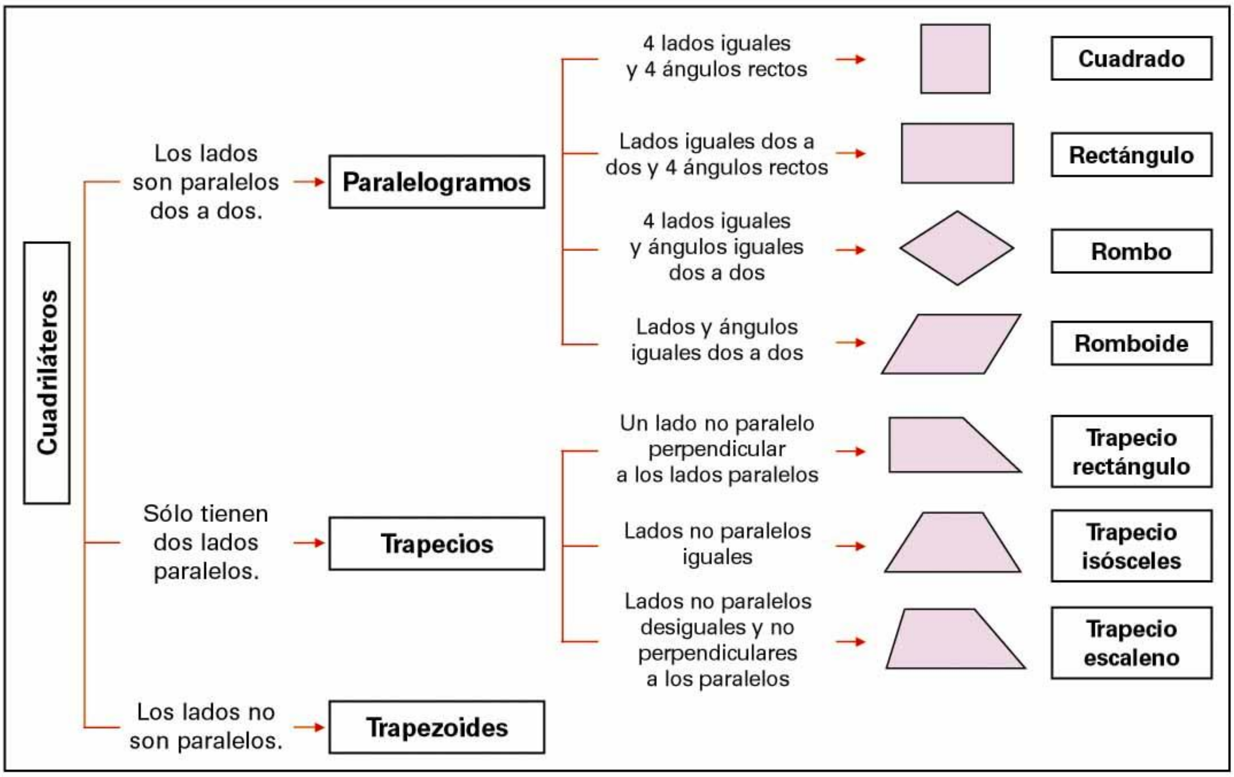
c) Calcula la hipotenusa, la altura h y los segmentos m y n



3. CUADRILATEROS

Cuadrilátero es el polígono de cuatro lados

Tipos:



Área de los Cuadriláteros:

Rectángulo (y cualquier paralelogramo): $A = \text{base} \cdot \text{altura}$ En el **cuadrado**, base y altura coinciden con el lado, por lo que se puede expresar: $A = \text{lado} \cdot \text{lado}$	El **Rombo** es un paralelogramo y sirve $A = \text{base x altura}$, pero también se puede calcular conociendo las diagonales: $A = \dfrac{D \bullet d}{2}$ **Trapecio**: $A = \dfrac{B+b}{2} \bullet h$

3.1. Ejercicios:

a) Halla el área de un rectángulo de 12 m de base y 8 m de altura

b) Halla el área de un rombo de diagonal mayor D = 9 m y diagonal menor d = 6 m

c) En un rombo d= 8 m y Área = 60 m^2, obtener la diagonal mayor D

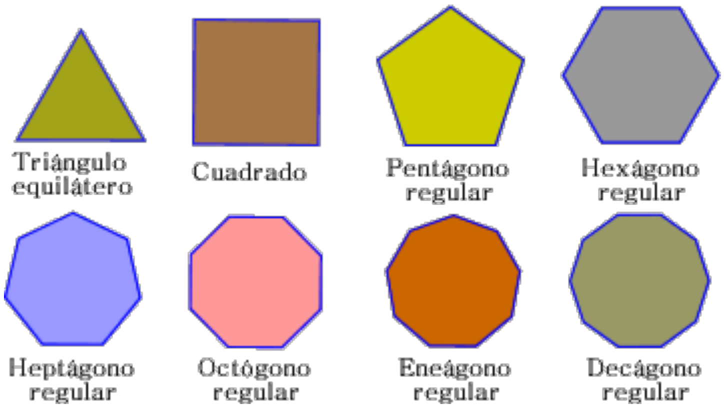
d) Halla el área de un trapecio isósceles de bases B= 18 m; b= 12 m y lado oblicuo 5 m

e) Halla la base de un rectángulo que tiene 52 dm^2 de área y 4 dm de altura

f) Halla el área de un trapecio rectángulo de bases 30 cm y 38 cm y lado oblicuo 17 cm.

4. POLÍGONO REGULAR

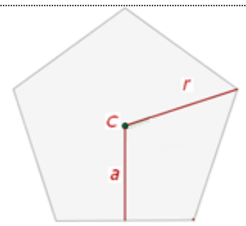
Polígono regular es el polígono que tiene sus ángulos y lados iguales



Centro C: Punto interior que equidista de cada vértice

Radio r: segmento que une el centro con cada vértice.

Apotema a: segmento que une el centro con el punto medio de un lado.



4.1. Ejercicios:

a) Calcula el perímetro, la apotema y el radio y de un cuadrado de lado 10 cm. Calcula su área usando la fórmula del cuadrado y la del polígono regular.

b) Calcula la apotema y el área de un octógono regular de 7,84 m de radio y 6 m de lado

c) Calcula la apotema y el área de un pentágono regular de 5 m de radio y 5,30 m de lado

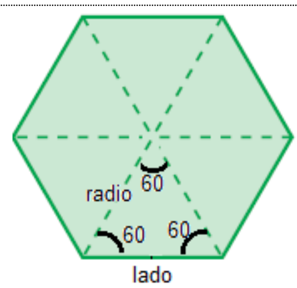
ÁREA DEL POLÍGONO REGULAR:

$$A = \frac{\text{perímetro} \cdot \text{apotema}}{2}$$

Un hexágono regular se descompone en seis triángulos.
El ángulo central vale 60º, por tanto los otros ángulos de cada triángulo miden también 120/2 = 60º.
Entonces **cada triángulo es equilátero**

Por tanto, en el hexágono regular, $\boxed{\textbf{lado = radio}}$

Esta particularidad solo la tiene el hexágono



4.2. Ejercicios:

a) Calcula el área del hexágono regular de lado 4 cm

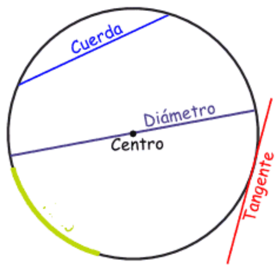
b) Calcula el área del hexágono regular de radio 6 m

5. CIRCUNFERENCIA Y CÍRCULO

Circunferencia es la ***línea*** formada por puntos equidistantes de otro punto llamado centro

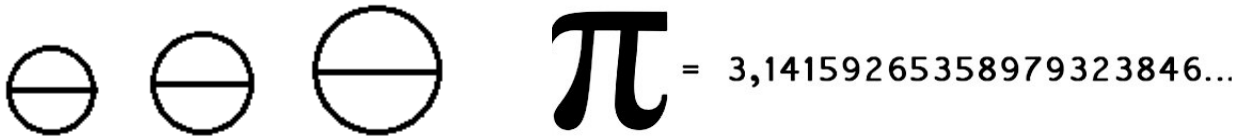
$$\text{longitud} = 2 \cdot \pi \cdot r \qquad (\pi = 3{,}14)$$

Radio: une el centro con cualquier punto de la circunferencia
Diámetro: une dos puntos de la circunf. y pasa por el centro
Cuerda: une dos puntos cualquiera de la circunferencia
Tangente: Recta exterior con un punto de contacto



El número π lo da la naturaleza:

π es el cociente entre la longitud de cualquier circunferencia y su diámetro



5.1. Ejercicios:

a) Calcula la longitud de una circunferencia de 12 cm de radio.

b) Una rueda de bicicleta recorre 2,512 metros cuando da una vuelta.
¿Qué radio tiene la rueda? S: 40 cm.

c) Una rueda de un coche tiene de radio 20 cm.
¿Cuántos metros habrá recorrido cuando haya dado 15.000 vueltas?. S: 18.840 m

d) La Tierra tiene aproximadamente 40.000 Kilómetros de contorno, medido sobre el ecuador.
¿Cuál es su radio?. S: 6.369 km.

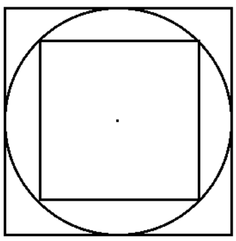
e) Una rueda tiene 25 cm de radio. ¿Cuántas vueltas debe dar para recorrer 20 km?. S: 12738 v

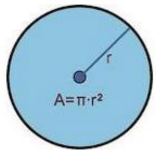
f) La longitud de una circunferencia es de 30 m. ¿Cuál es su diámetro?. S: 9,55

g) Una rueda dio 4000 vueltas para recorrer 10 km. Calcula su radio (en cm). S: 39,8 cm

h) La rueda de los caballitos ha dado 15 vueltas. ¿Qué distancia ha recorrido un caballito que está a 6 m del centro de giro. S: 565 m

i) Calcula el área de cada uno de los dos cuadrados de la figura, sabiendo que el radio de la circunferencia es de 2 m



Círculo es la ***superficie*** encerrada por la circunferencia $$\text{Área} = \pi \cdot r^2$$	
Corona circular Porción de círculo limitada por dos círculos concéntricos $$\text{Área} = \pi \cdot (R^2 - r^2)$$	

5.2. Ejercicios:

a) Calcula el área de un círculo de 12 cm de radio

b) Calcula el área de una plaza circular de 30 m de diámetro (antes calcula el radio)

c) Calcula el área de una corona circular de radio mayor = 30 cm y de radio menor 15 cm

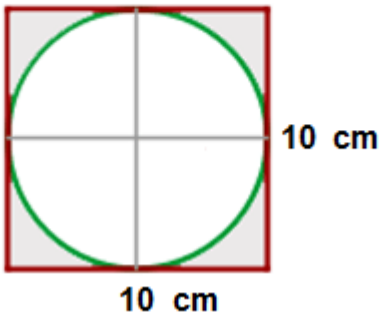
d) Calcula el área de una corona circular de radio mayor = 50 cm y de radio menor 35 cm

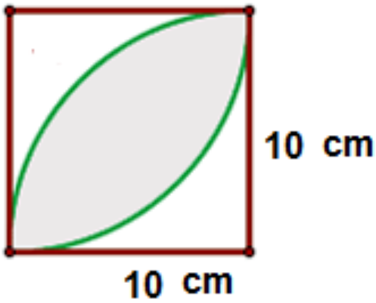
5.3. Ejercicios:

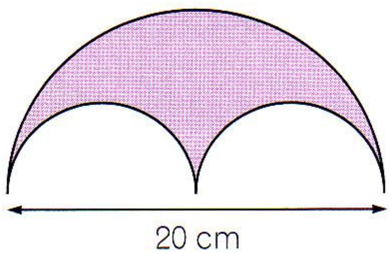
a) En un parque de forma circular de 40 m de radio hay situada en el centro una fuente, también de forma circular, de 5 m de radio. Calcula el área de la zona de paseo.

b) Calcula el área de la parte sombreada de la figura 1, si el lado del cuadrado mide 20 cm

c) Calcula el área de la parte sombreada de las siguientes figuras







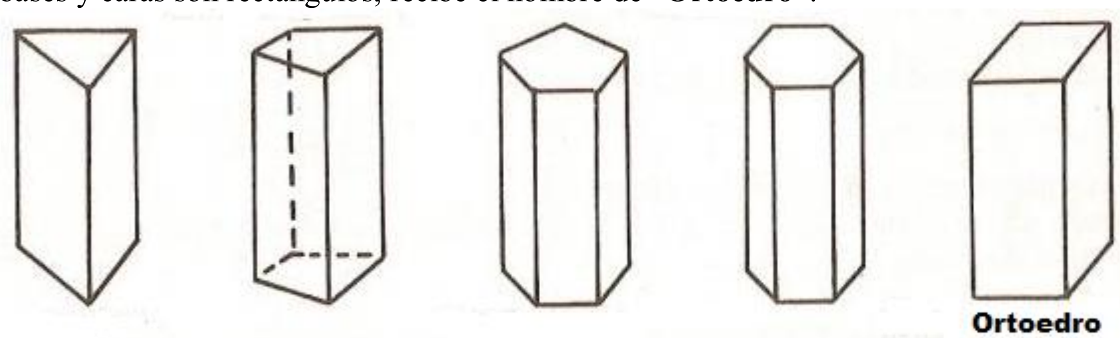
6. CUERPOS EN EL ESPACIO. ÁREAS

Poliedro es un cuerpo cerrado, limitado por superficies planas.

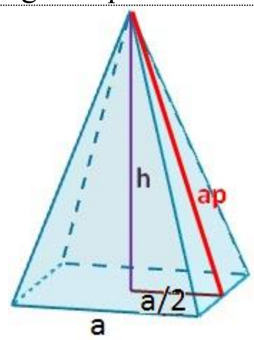
Prisma es el poliedro que tiene dos caras iguales y paralelas (llamadas bases) y cuyas caras laterales son paralelogramos

Se llama **"prisma recto"** si las caras son perpendiculares a la base

Si bases y caras son rectángulos, recibe el nombre de "**Ortoedro**".



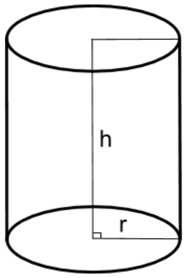
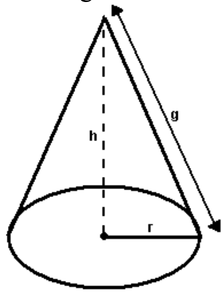
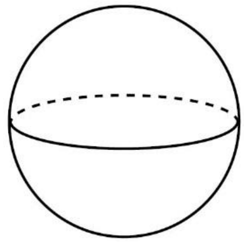
Pirámide es el poliedro con una cara polígono (**base de la pirámide),** y el resto de caras son triángulos que se unen en un punto llamado vértice de la pirámide



$$\text{Área total} = A_{base} + A_{lateral} =$$

$$a^2 + \frac{Perímetro \cdot apotema}{2}$$

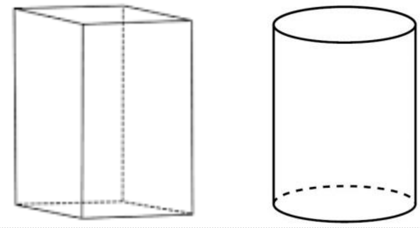
Cuerpos redondos son las figuras del espacio cerradas no limitadas por caras planas.

Cilindro:	**Cono:**	**Esfera:**
Se obtiene con la revolución de un rectángulo  $\text{Área total} = 2\cdot A_{base}+A_{lateral} =$ $2\cdot\pi\cdot r^2 + 2\cdot\pi\cdot r\cdot h$	Se obtiene con la revolución de un triángulo rectángulo  $\text{Área total} = A_{base}+A_{lateral} =$ $\pi\cdot r^2 + \pi\cdot r\cdot g$	Se obtiene por revolución de una circunferencia  $\text{Área} = 4\cdot\pi\cdot r^2$

7. VOLÚMENES

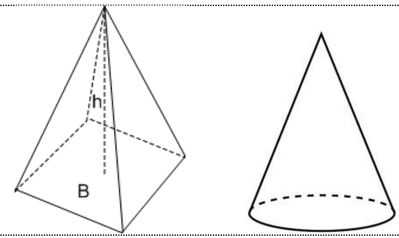
Volumen del prisma y del cilindro:

$$V = S_B \cdot h$$



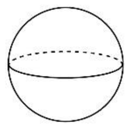
Volumen de la pirámide y del cono:

$$V = \frac{S_B \cdot h}{3}$$



Volumen de la esfera:

$$V = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$$



Recuerda las unidades volumen y capacidad:

m^3			**dm^3**			**cm^3**
1000	100	10	**1**	0,1	0,01	**0,001**
Kl	Hl	Dl	**litro**	dl	cl	**ml**

7.1. Ejercicios - prisma:

a) Calcula el volumen (en litros) y área total de una habitación que tiene 3 m de largo, 5 m de ancho y 2,5 m de altura.

b) Calcula el volumen (en litros) y área total de un tetrabrik de leche que tiene una base de 9 cm de largo y 6 cm de ancho y una altura de 19 cm.

c) Calcula el volumen (en litros) y área lateral de una piscina de 10 m de largo, 6 m de ancho y 1,60 m de profundidad.

a) A = 70 m^2; V= 37500 litros. b) A= 678 cm^2. V= 1,02 litros; c) A= 51,2 m^2. V= 96000 litros;

7.2. Ejercicios - cilindro:

a) Calcula el volumen (en litros) y área total de un cilindro que tiene una base de 2 m de radio y una altura de 5 m.

b) Calcula el volumen (en litros) y área total de un cilindro que tiene una base de 2,5 m de radio y una altura de 6 m.

a) A = 87,92 m^2; V= 62800 litros. b) A= 117,75 m^2. V= 117750 litros;

7.3. Ejercicios - pirámide:

a) Calcula la apotema, el volumen (en litros) y área total de una pirámide que tiene una base cuadrada de 3 m de lado y una altura de 4 m.

b) Calcula la apotema, el volumen (en litros) y área total de una pirámide que tiene una base cuadrada de 4,5 m de lado y una altura de 5 m.

c) Calcula la apotema, el volumen (en litros) y área total de una pirámide de base cuadrada de 6 m de lado y con una apotema de la cara lateral de 5 m

a) Apot= 4,27; A = 34,62 m^2; V= 12000 litros. b) Apot=5,48; A= 49,32 m^2. V= 33750 litros;

7.4. Ejercicios - cono:

a) Calcula el volumen (en litros) y Área de un cono de radio base 3 m y altura 5 m.

b) Calcula el volumen (en litros) y Área de un cono de radio base 2,5 m altura 4 m.

c) Un cono tiene de volumen 1000 litros, y un radio de la base de 80 cm. Calcula su altura.

a) V= 47100 litros; g= 5,83 m; A= 83,18 m^2.

7.5. Ejercicios - esfera:

a) Obtener el área y el volumen (en litros) de una esfera de 1 m de radio.

b) Calcula el área y el volumen (en litros) de una esfera de diámetro 80 cm.

c) El balón reglamentario de fútbol es de cuero o similar, con un perímetro de 68 cm Calcula su radio y su volumen

a) A = 12,56 m^2; V= 4,18 m^3. b) A= 80384 cm^2. V= 2.143.573 cm^3; c) R = 10,82cm, V= 5303 cm^3

7.6. Ejercicios repaso:

a) Una caja en forma de ortoedro tiene 9 cm de larga y 6 cm de ancha. Su área total es 228 cm^2. Halla su altura y su volumen.

b) El área total de un cubo es 150 cm^2. Halla su arista y su volumen.

c) Una esfera tiene un área de 452,16 cm^2. Calcula el radio y su volumen.

d) Un depósito cilíndrico de 10.000 litros tiene un diámetro de la base de 1,80 m ¿Cuál es su altura?

a) h=4 cm. V= 216 cm^3. b) a= 5 cm. V= 125 cm^3; c) R = 6cm, V= 904,32 cm^3; d) 3,931 m

Lecc. 7. FUNCIONES Y GRÁFICAS

1. Coordenadas cartesianas; 2. Gráficas; 3. Concepto de función.
4. Representación gráfica de rectas. 5. Recta que pasa por dos puntos
6. Resolución gráfica de sistemas; 7. Representación de Parábolas.

1. COORDENADAS CARTESIANAS

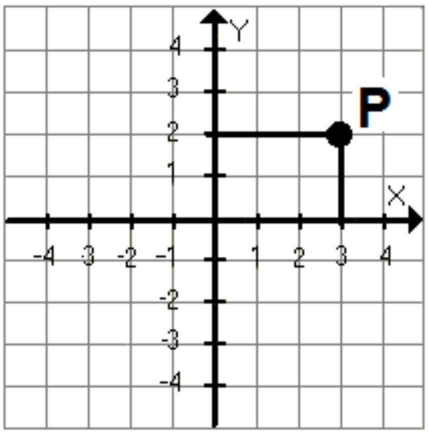
Ejes Cartesianos o de coordenadas son dos rectas perpendiculares, con un punto en común

- Eje horizontal: se llama eje X o eje de **abscisas**.
- Eje vertical: se llama eje Y o eje de **ordenadas**.
- Punto donde se cortan los dos ejes: se llama **origen de coordenadas**.

<u>Coordenadas de un punto</u>

Cualquier punto del plano queda determinado por sus coordenadas P(x, y)
x: se mide sobre el eje X, se llama **abscisa** del punto.
y: se mide sobre el eje Y, se llama **ordenada** del punto.

Ejemplo: P(3,2) :
El punto P tiene de abscisa 3 y de ordenada 2
o bien, la coordenada x de P es 3 y la coordenada y es 2
Su representación es:



1.1. Representa los siguientes puntos:

A (2, 3)

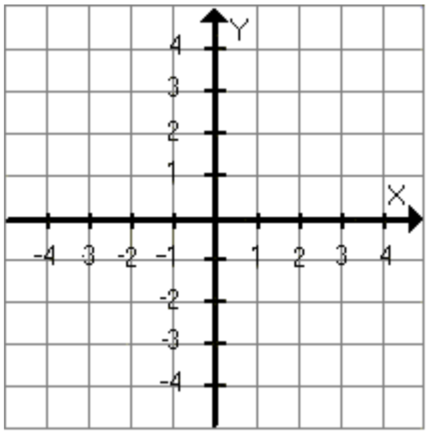
B (4, 3)

C (-3, 4)

D (-2, -4)

E (3, -4)

F (-2, -1)



1.2. Representa los siguientes puntos:

O (0, 0)

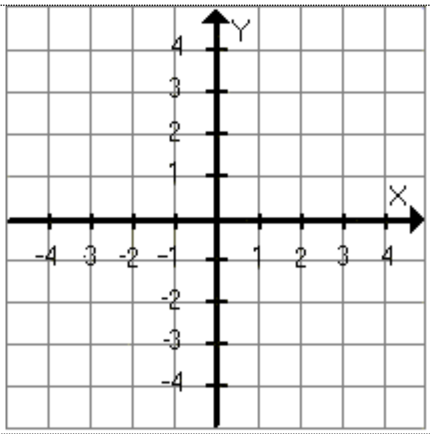
B (0, 3)

C (-3, 0)

D (-2, 0)

E (3, 0)

F (0, -4)



1.3. Dibuja un cuadrado de lado 3 cuyo vértice inferior izquierdo está en (-1, -2). Escribe a continuación las coordenadas de sus cuatro vértices.

1.4. Dibuja un cuadrado de lado 5 cuyo superior derecho está en (3, 4). Escribe a continuación las coordenadas de sus cuatro vértices.

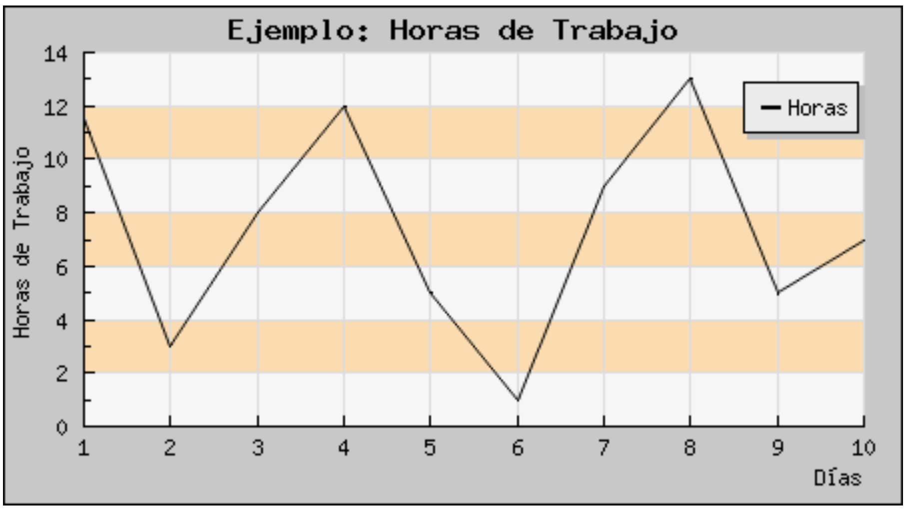
2. GRÁFICAS

Dado un conjunto de datos (temperaturas, pesos, etc….), asociados a otros datos (horas, edad, etc.), podemos representarlos con sendos puntos, y unirlos mediante segmentos.
Obtenemos así una **gráfica** en la que observamos los datos, su variabilidad, tendencia etc.

Ejemplo 1:
En la siguiente gráfica se recogen las temperaturas de un paciente a lo largo de un día

a) ¿Que temperatura tenía a las 8 de la mañana?
b) ¿A qué hora alcanzó la temperatura máxima?
c) ¿A qué hora alcanzó la temperatura mínima?

Ejemplo 2:
En la siguiente gráfica se recogen horas trabajadas cada día, a lo largo de diez días



a) ¿Cuántas horas trabajó el día cuatro?
b) ¿Qué día trabajó más horas?
c) ¿Qué día trabajó menos horas?

3. CONCEPTO DE FUNCIÓN

Una función $y = f(x)$ es un criterio o fórmula que, dado un valor "x" le hace corresponder un único valor "y": **x -----> y**

Ejemplo: "Precio = 5*nº kilos + 3 de gastos envío" a cada nº de kilos corresponde un precio

3.1. Completa las tablas de valores de las siguientes funciones:

a) $y = 3x + 1$

Completa los valores de y:

x	y
-2	
-1	
0	
1	

b) $y = x^2 - 2$

Completa los valores de y:

X	y
-2	
-1	
0	
1	

c) $y = 2x - 5$

Completa los valores de y:

x	y
-2	
-1	
0	
1	

d) $y = 2x^2 + 1$

Completa los valores de y:

X	y
-2	
-1	
0	
1	

3.2. Completa las tablas de valores de las siguientes funciones:

a) $y = -2x - 1$

Completa los valores de y:

x	y
-2	
-1	
0	
1	

b) $y = -x^2 + x - 3$

Completa los valores de y:

x	y
-2	
-1	
0	
1	

c) $y = -2x^2 - 3x$

Completa los valores de y:

x	y
-2	
-1	
0	
1	

d) $y = -x^2 - x + 1$

Completa los valores de y:

x	y
-2	
-1	
0	
1	

Representación gráfica de una función

Es un problema extenso en el que solo nos iniciaremos con funciones sencillas.
Para representarlas lo más básico es el cálculo de puntos:

a) Calculamos puntos de la función mediante una tabla de valores.

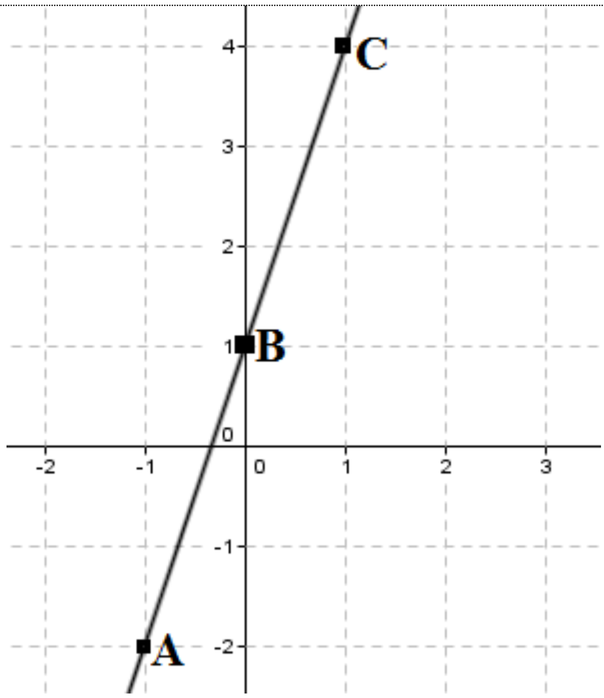
b) Representamos estos puntos y los unimos. Obtenemos así una aproximación de la gráfica.

Ejemplo: Representa gráficamente **$y = 3x + 1$**

a) Obtenemos puntos mediante una tabla de valores:

	x	y
A	-1	-2
B	0	1
C	1	4

b) Representamos los puntos obtenidos y los unimos



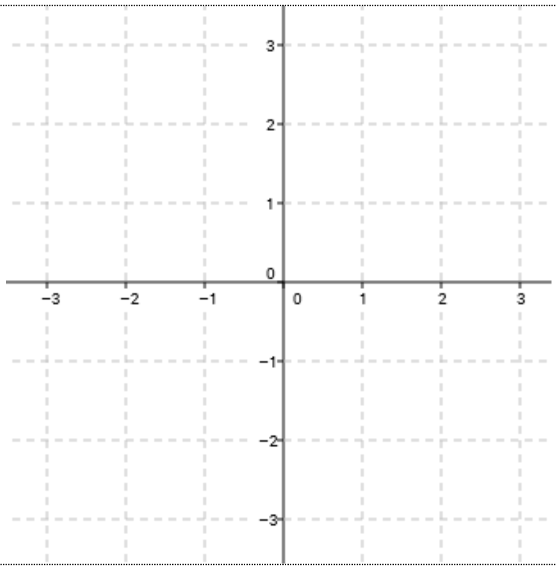
Representación gráfica de $y = 3x + 1$

3.3. Representa gráficamente: **$y = 2x - 1$**

a) Obtenemos puntos mediante una tabla de valores:

	X	Y
A	-1	
B	0	
C	1	

b) Representamos los puntos obtenidos y los unimos



4. REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE RECTAS

Representaremos cualquier función del tipo **y = mx + n**,
Contamos con una gran ventaja. Sabemos de antemano que para este tipo de funciones los puntos obtenidos están alineados, o sea, **forman una línea recta**.

Y como dos puntos determinan una recta, es suficiente con obtener dos puntos para realizar la representación de las funciones del tipo y = mx + n

4.1. Representa las siguientes rectas

1) $y = 2x - 3$	4) $y = -x + 3$
2) $y = -2x + 5$	5) $y = 2x + 1$
3) $y = 3x + 1$	6) $y = -3x + 4$

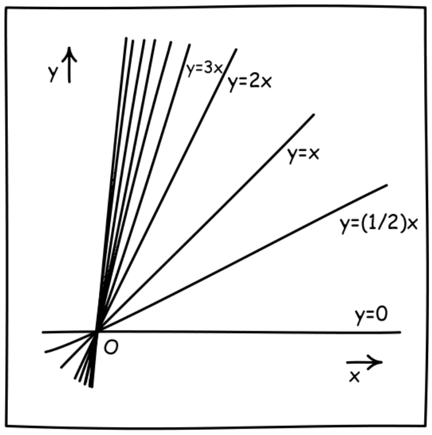
m = PENDIENTE

En la recta **y = mx + n**

m se llama "pendiente" de la recta.

m positiva, "recta hacia arriba"
m negativa, "recta hacia abajo"

Cuánto más grande es **m**, más crece "y" para el mismo aumento de "x", por lo que hay "más inclinación" de la recta.



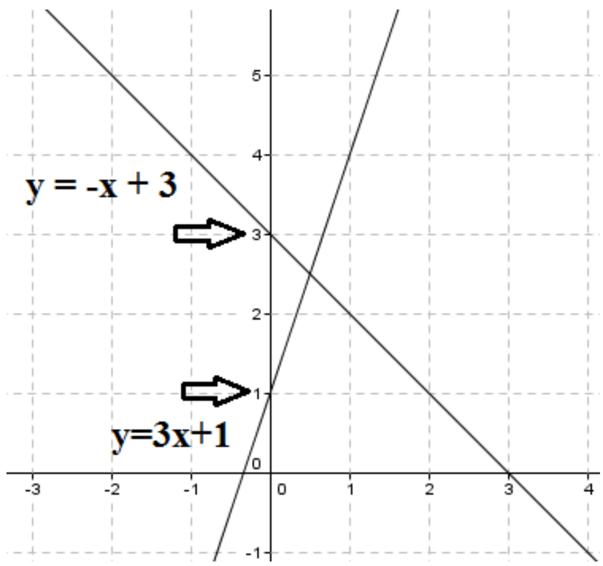
n = CORTE DEL EJE Y

En la recta **y = mx + n**

n es el valor donde la recta corta al eje y

Ejemplos:
y = -x + 3 (n=3)
corta al eje Y en y = 3

y = 3x + 1 (n=1)
corta al eje Y en y= 1



4.2. Representa las siguientes rectas

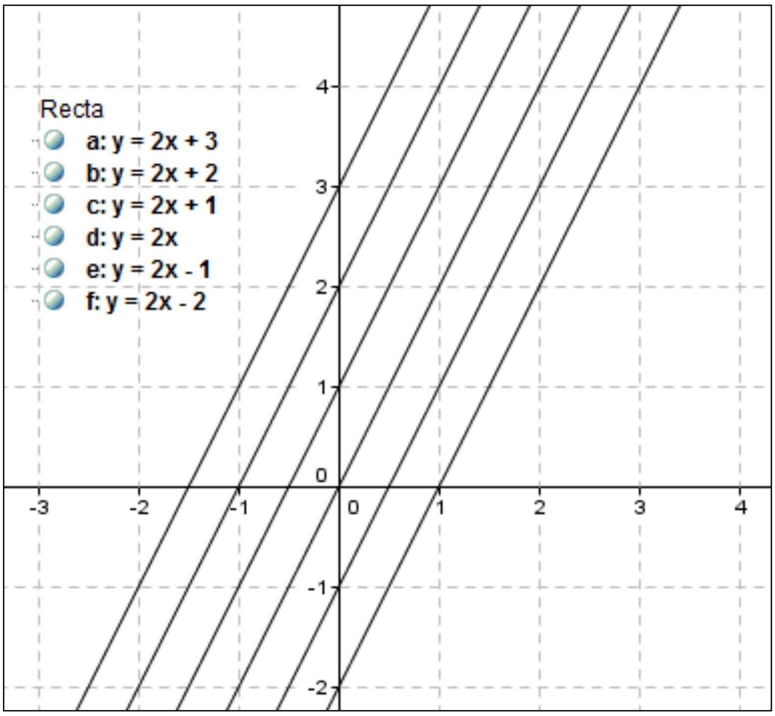
1) $y = 2x - 3$	4) $y = \dfrac{-2x+1}{3}$
2) $y = -3x + 1$	5) $y = \dfrac{x}{2} - 1$
3) $y = \dfrac{3x+5}{2}$	

PARALELISMO.

Dada la recta **y = mx + n**, cualquier otra recta con la misma pendiente "m" será paralela.

En particular, la paralela que pasa por $P(x_0, y_0)$ es $\boxed{y - y_0 = m.(x - x_0)}$

Ejemplo:



4.3. Calcular las ecuaciones de las rectas paralelas a las siguientes rectas:

a) Paralela a $y = 2x + 1$ que pasa por el punto A(2,3)

b) Paralela a $y = x - 3$ que pasa por el punto B(1, 5)

c) Paralela a $y = 3x + 1$ que pasa por el punto C(-2, -2)

d) Paralela a $y = x + 7$ que pasa por el punto D(-3, 5)

GEOGEBRA:

Si en Internet realizas la búsqueda "Geogebra online" llegarás a la página www.geogebra.org/webstart/geogebra.html en la que, sin instalar nada, puedes realizar muy fácilmente representaciones gráficas de rectas y de cualquier otra función.

5. RECTA QUE PASA POR DOS PUNTOS

A partir de una recta hemos obtenido puntos (mediante la tabla de valores), que nos han servido para representarla.

Ahora vamos a hacerlo al revés: dados dos puntos calcularemos la ecuación de la recta que pasa por ellos, usando la fórmula:

$$\left.\begin{array}{l} P_0(x_0, y_0) \\ P_1(x_1, y_1) \end{array}\right\} \qquad \boxed{\frac{x - x_0}{x_1 - x_0} = \frac{y - y_0}{y_1 - y_0}}$$

Ejemplo: Obtener la recta que pasa por A(-1, 3); B(3, -5)

$$\underset{(x_0, y_0)}{A(-1, 3)} \qquad \underset{(x_1, y_1)}{B(3, -5)}$$

$$\frac{x - (-1)}{3 - (-1)} = \frac{y - 3}{-5 - 3} \Rightarrow \frac{x + 1}{3 + 1} = \frac{y - 3}{-5 - 3} \Rightarrow$$

$$\frac{x + 1}{4} = \frac{y - 3}{-8}$$

Quitamos ahora los denominadores, igualando el producto cruzado (producto de diagonales):

$$4(y - 3) = -8(x+1)$$

$$4y - 12 = -8x - 8$$

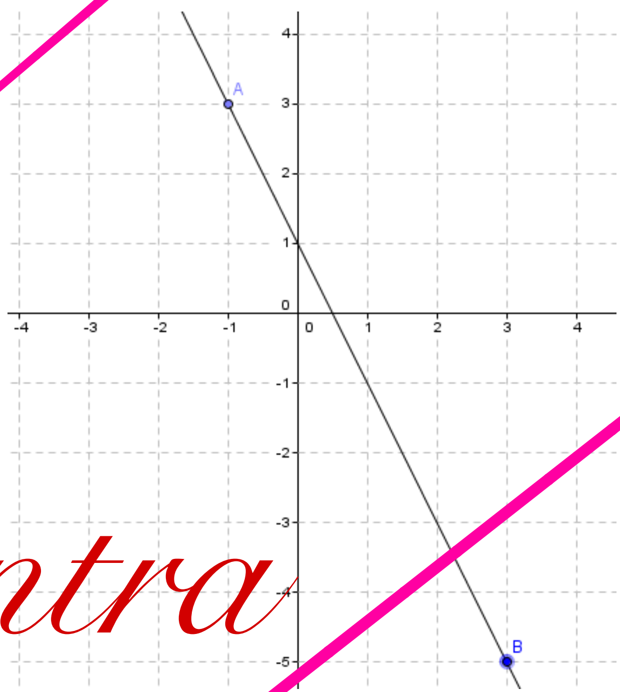
$$4y = -8x - 8 + 12$$

$$4y = -8x + 4$$

$$y = \frac{-8x + 4}{4}$$

$$y = -2x + 1$$

es la ecuación de la recta buscada



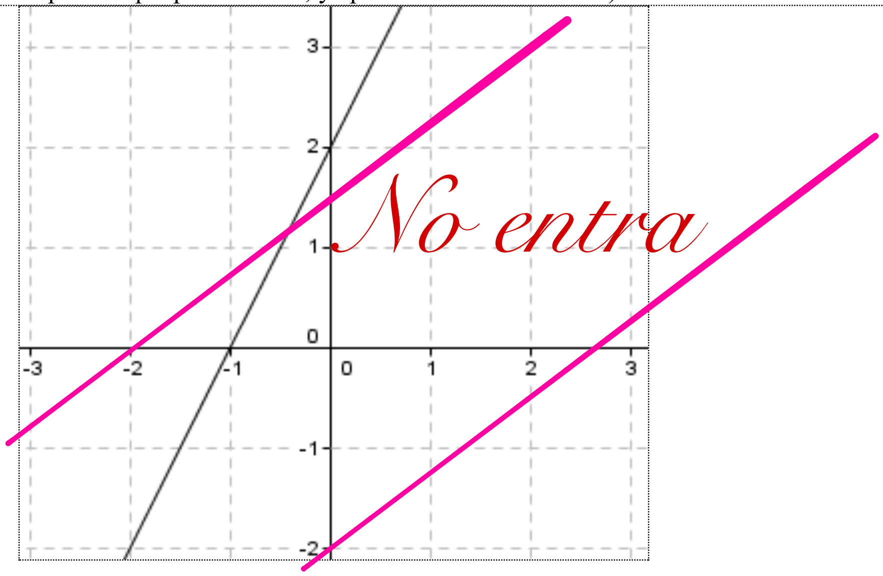
Recta y = -2x + 1

No entra

5.1. Obtener la ecuación de la recta que pasa por los puntos:

a) A(1.2) y B(-1, 5).	**d)** A(-3, -4) y B(3, 1).
b) A(3, -2) y B(2, 0).	**e)** A(-2, -3) y B(0, 4).
c) A(0, 3) y B(3, 0).	**f)** A(-3, 0) y B(0, 2).

5.2. Obtener la ecuación de la recta que tiene la siguiente gráfica:
(sugerencia: toma dos puntos por los que pase la recta, y aplica la fórmula anterior)



No entra

Sí entra

6. RESOLUCIÓN GRÁFICA DE SISTEMAS

Se representan las rectas correspondientes a cada una de las ecuaciones del sistema.
La solución del sistema será el punto de corte de las rectas.

Ejemplo:

$$\begin{cases} 5x - y = 1 \\ 2x + y = 6 \end{cases}$$

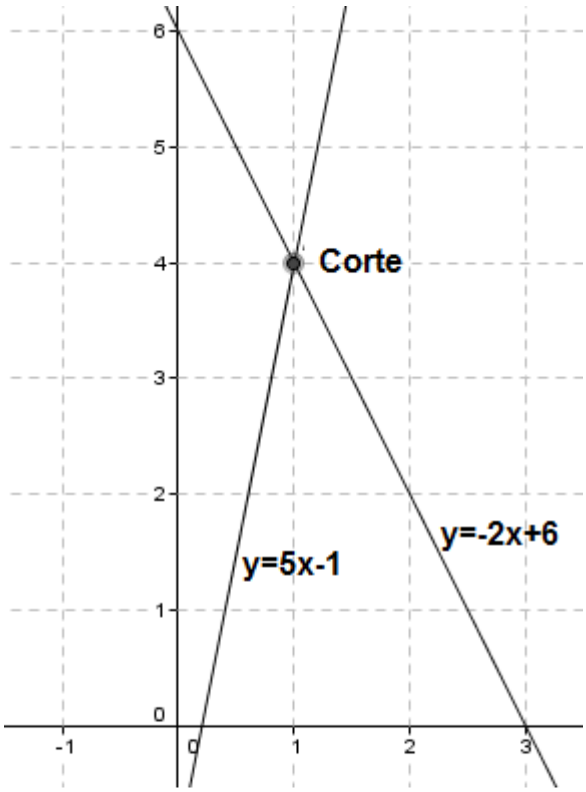
Se despeja la y en las dos ecuaciones:

Primera ecuación: $y = 5x - 1$

Segunda ecuación: $y = -2x + 6$

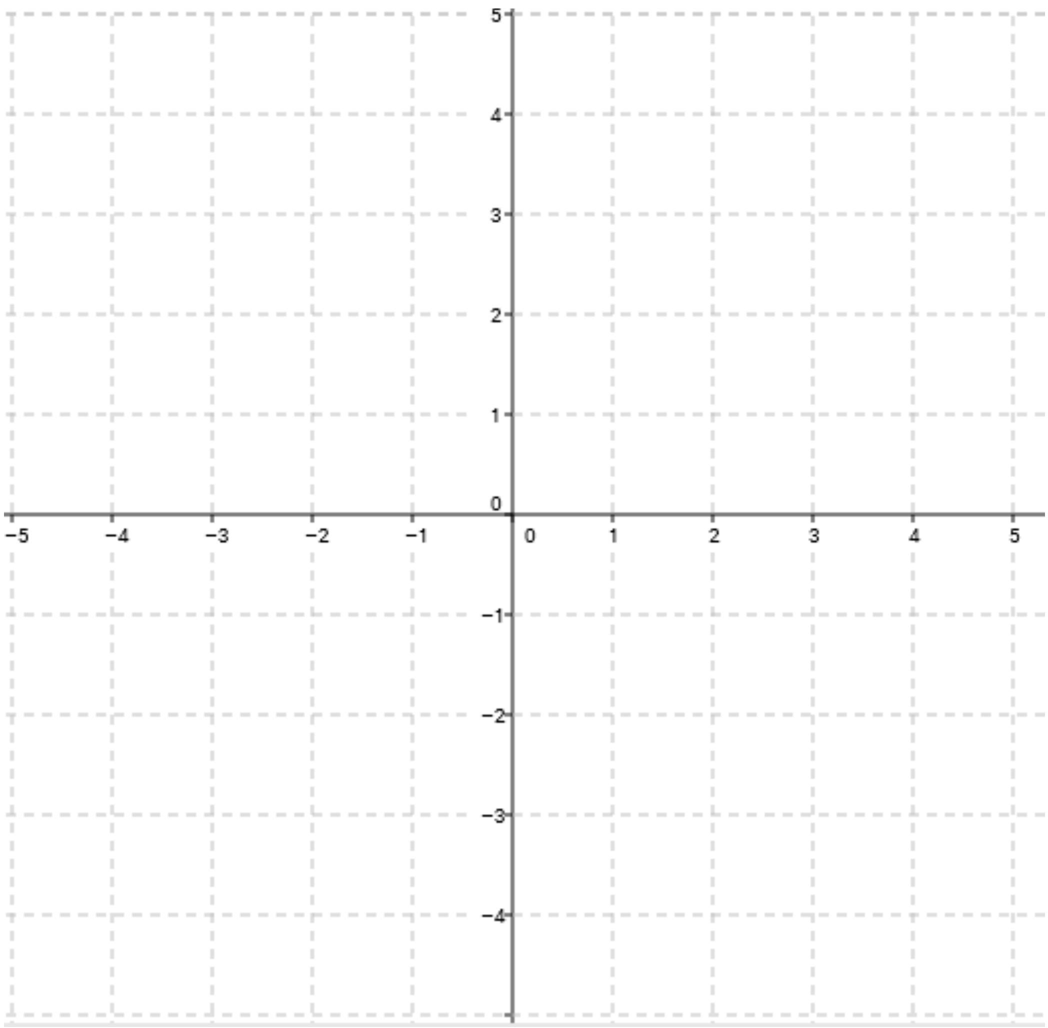
Se representan esas dos rectas, y el punto de corte es la solución del sistema

Solución = punto de corte:
$x = 1$
$y = 4$



6.1 Resuelve gráficamente los sistemas de ecuaciones:

a. $\begin{cases} 4x + y = 5 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$	c. $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ -x + 2y = -4 \end{cases}$
b. $\begin{cases} 3x + 2y = 12 \\ -2x + y = -1 \end{cases}$	d. $\begin{cases} x - y = 5 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$



Lecc. 9. PORCENTAJES. HOJA DE CÁLCULO

1. Porcentajes; 2. Aumentar un %; 3. Disminuir un %; 4. Hoja de cálculo

1. PORCENTAJES

Porcentaje = fracción con denominador 100, $\boxed{\mathbf{r\%} = \frac{r}{100}}$

Un % se calcula multiplicando, como cualquier otra fracción

Ejemplo: **12% de 300 euros**: 300x12% **=** $300x\frac{12}{100}$ **=** 36 Euros

<u>Problema directo</u>: dada una cantidad calcula un %

1.1. Calcula:

Cantidad	%	Resultado
300	12	$300x\frac{12}{100}$ = 300 x 0,12 = 36
900	15	
1.200	16	
800	5	$800x\frac{5}{100}$ = 800 x 0,05 = 40
1.500	8	
650	4	

<u>Problema inverso</u>: dado un % , calcula la cantidad original

$$\begin{tikzcd} \mathbf{300} \arrow[r, bend left, "x0{,}12"] & \mathbf{36} \arrow[l, bend left, ":0{,}12"] \end{tikzcd}$$

1.2. Calcula:

% de una cantidad	Cantidad original
El 12% de una cantidad es 36	36 : 0,12 = 300
El 15% de una cantidad es 675	
El 20% de una cantidad es 16	
El 5% de una cantidad es 800	800 : 0,05 = 16000
El 7% de una cantidad es 126	
El 8% de una cantidad es 5625	

1.3.

a) El 18% de retención de IRPF de un sueldo son 342 Euros. ¿Cuál es el sueldo?

b) Gasto 15% de la gasolina del depósito y quedan 42,5 litros. ¿Cuál es la capacidad del depósito?.

1.4. Rellena los siguientes recuadros con los datos que faltan

Precio : IVA 21%: 63 TOTAL:	Precio : 450 IVA 21%: TOTAL:
Precio : 500 IVA 21%: TOTAL:	Precio : IVA 21%: 115 TOTAL:

1.5. Rellena los siguientes recuadros con los datos que faltan

Sueldo: 800 € Aumento 3,5%: TOTAL:	Sueldo: Aumento 3,5%: 21 € TOTAL:
Sueldo: Aumento 3,5%: 38.5 € TOTAL:	Sueldo: 1.400 € Aumento 3,5%: TOTAL:

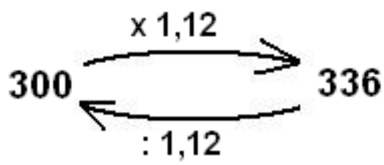
2. AUMENTAR UN %

Problema directo: Dada una cantidad, aumentarla un % determinado

2.1. Calcula:

Cantidad	%	Cantidad aumentada
300	12	300 x 1,12 = 336
900	12	
1.200	16	
800	5	800 x 1,05 = 840
1.500	8	
2.800	2	

Problema inverso: Dada una cantidad aumentada en un %, calcular la cantidad original



2.2. Calcula:

Precio aumentado	Precio original
Precio aumentado un 12% = 336	336 : 1,12 = 300
Precio aumentado un 15% = 690	
Precio aumentado un 14% = 10 260	
Precio aumentado un 5% = 840	840 : 1,05 = 800
Precio aumentado un 7% = 1 712	
Precio aumentado un 8% = 5 400	

2.3. Completa las tablas:

Precio base	Precio con IVA 21%
300	
825	
	225
	2.150
5.400	
	700

Precio base	Precio con IVA 18%
400	
650	
	325
	1.950
6.500	
	800

2.4. Rellena los siguientes recuadros con los datos que faltan

Entrada: I.V.A. 7%: ——————— TOTAL: 7 euros	Precio: 150 euros I.V.A.18%: ——————— TOTAL:
Precio: I.V.A. 4%: 24 euros ——————— TOTAL:	

2.5.

a) Una factura de 1600 Euros sube un 2,5%, ¿Cuál es el nuevo importe?

Sol. 1640 €

b) El coste de la vida ha subido un 9% un año y un 6% en el año siguiente.
¿Qué porcentaje ha subido en total en esos 2 años?
(Sugerencia, parte de 100 como cantidad inicial en el primer año, y observa su evolución hasta el final del segundo año).

Sol: 15,54 %

3. DISMINUIR UN % (PRECIO REBAJADO)

<u>Problema directo</u>: Dada una cantidad, rebajarla un % determinado.
Lo que haremos es, en vez de calcular el % que nos rebajan, calcular el % que se debe pagar.
Por ejemplo, si rebajan 12% hay que pagar 88%

3.1. Calcula:

Cantidad	%	Cantidad rebajada
300	12	300 x 0,88 = 264
900	15	
1.200	16	
800	5	800 x 0,95 = 760
1.500	8	
2.400	9	

Problema inverso: dada una cantidad rebajada en un %, calcular la cantidad original

$$300 \underset{:\,0,88}{\overset{\times\,0,88}{\rightleftarrows}} 264$$

3.2. Calcula:

Precio rebajado	Precio original
Precio rebajado un 12% = 264	264: 0,88 = 300
Precio rebajado un 25% = 1200	
Precio rebajado un 12% = 1 056	
Precio rebajado un 5% = 760	760 : 0,95 = 800
Precio rebajado un 8% = 1 380	
Precio rebajado un 9% = 2 184	

3.3. Completa las tablas:

Precio	Precio rebajado un 30%
300	
180	
	280
	420
500	
	175

Precio	Precio rebajado un 15%
400	
900	
	425
	1.275
6.500	
	1105

3.4. Rellena los siguientes recuadros con los datos que faltan

Precio : 600 € Rebaja 30% Pr. rebajado:	Precio : Rebaja 30% Pr. rebajado: 630 €
Precio : Rebaja 30%: 195 € Pr. rebajado:	Precio : Rebaja 30%: 45€ Pr. rebajado:

3.5. Rellena los siguientes recuadros con los datos que faltan

Precio : Rebaja 18%: 27 € Pr. rebajado:	Precio : Rebaja 18% Pr. rebajado: 410 €
Precio : 400 € Rebaja 18% Pr. rebajado:	Precio : Rebaja 18%: 54 € Pr. rebajado:

3.6. Rellena los siguientes recuadros con los datos que faltan

Precio : 512 € Rebaja ? % Pr. rebajado: 410 €	Precio : 600 € Rebaja ? % Pr. rebajado: 546 €
Precio : 200 € Rebaja ? % Pr. rebajado: 178 €	Precio : 450 € Rebaja ? % Pr. rebajado: 270 €

3.7.

a) Un traje marcaba 150 euros. En rebajas el mismo traje cuesta 120 euros.
   a) ¿Qué rebaja han hecho (en %)?
   b) Si la rebaja hubiera sido del 15% ¿cuál sería el precio? Sol: a) 20%; b) 127,5

b) El precio de dos artículos sin IVA es de 25 euros y 17,6 euros.
   Averigua cuál es el precio si se aplica un IVA 16%. Sol: 29 euros; 20,42 euros

c) Si un precio ha subido de 400 a 500 Euros,
   ¿Cuál ha sido el aumento en %?. Sol: 25%

d) El precio de un balón después de un 5% de descuento es de 9 euros.
   ¿Cuál era el precio inicial?. Sol: 9,47 euros.

e) Por un objeto de 800 euros nos cobran 640 euros.
   ¿Qué tanto por ciento de descuento nos han hecho? Sol: 20%

3.8.

a) En un supermercado el precio de un litro de leche es de 90 cts., y en la segunda unidad hacen un 50% de descuento. Compro diez paquetes
   a) ¿Cuánto debo pagar en total?
   b) ¿Cuánto me cuesta en conjunto cada litro de leche?
   c) ¿Qué porcentaje de rebaja supone en el total del precio?

Sol. a) 6,75 euros; b) 0,675 cada litro; c) un 25%

b) En las elecciones en una empresa el porcentaje de abstención fue del 25%.
   El número de votos emitidos fue de 240. ¿Cuántos trabajadores tiene la empresa?.

Sol: 320 trabajadores

c) Después de haber subido el precio un 40% un objeto cuesta ahora 301 euros.
   ¿Cuál era su precio inicial?

Sol: 215 euros

d) La cantidad de agua de un embalse ha aumentado en un 35% respecto a la que había la semana pasada. Ahora contiene 87,75 millones de litros.
   ¿Cuáles eran sus reservas la semana anterior?

Sol: 65 millones de litros

4. HOJA DE CÁLCULO

El paquete **OFFICE** de Microsoft incluye varios programas:
Word: procesador de textos
Access: gestor de base de datos
Power Point: aplicación de presentaciones de diapositivas
Excel: hoja de cálculo, o sea, un programa con el que se pueden realizar cálculos automáticos de números que están en una tabla, y representaciones gráficas de los mismos.

El paquete **OPENOFFICE** (Software libre, de uso gratuito) incluye:
Writer: procesador de textos
Base: base de datos
Impress: presentaciones de diapositivas
Calc: hoja de cálculo.

LIBREOFFICE es otro paquete de uso gratuito, análogo a OpenOffice

En un mismo ordenador pueden estar instalados OpenOffice o LibreOffice y Microsoft Office sin tener conflictos entre ellos.

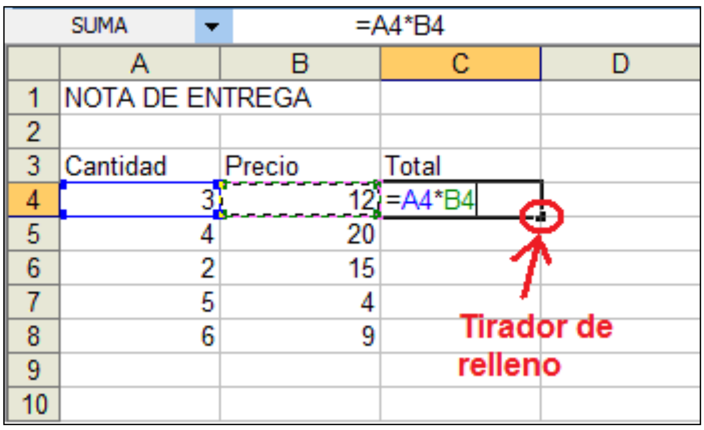
4.1 En una hoja de cálculo…

a) Copia los datos de la figura:

	A	B	C
1	NOTA DE ENTREGA		
2			
3	Cantidad	Precio	Total
4	3	12	
5	4	20	
6	2	15	
7	5	4	
8	6	9	

b) TOTALES EN COLUMNA C
Clic en la celda C4
Introduce la fórmula =A4*B4
(para calcular cantidad * precio)

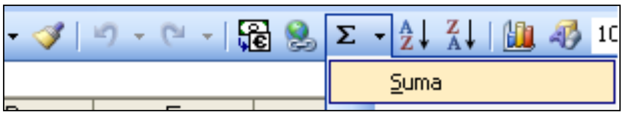
Pasa el puntero del ratón por la esquina inferior derecha, y cuando aparezca el "tirador de relleno" mantienes el clic y "tiras" hacía abajo, hasta C8



c) SUMA DE LOS TOTALES

Inserta en C9 la fórmula =SUMA(C4:C8) que sumará los datos de la columna C

Para ello es suficiente que sitúes el cursor en C9 y hagas clic en el botón Suma:



d) Sombrea las filas 3 y 9 para que quede finalmente así:

	A	B	C
1	NOTA DE ENTREGA		
2			
3	Cantidad	Precio	Total
4	3	12	36
5	4	20	80
6	2	15	30
7	5	4	20
8	6	9	54
9	Total factura:		**220**

4.2. En una hoja de cálculo nueva

a) Copia los datos de la siguiente figura, y "tira" hasta llegar al domingo:

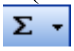
	A	B	C
1	Ventas semana 23/2012		
2			
3	Lunes		
4	Martes		
5			
6			
7			
8			

b) Copia de la figura las ventas de Lunes a Domingo

	A	B
1	**Ventas semana 23/2012**	
2		
3	Lunes	585
4	Martes	750
5	Miércoles	1350
6	Jueves	1745
7	Viernes	1950
8	Sábado	2225
9	Domingo	450
10	**Total**	
11	**Promedio**	

c) Introduce en B10 la función =SUMA(B3:B9)

y en B11 la función =PROMEDIO(B3:B9).

Puedes usar 

Da a B10 y B11 formato número sin decimales. Quedará finalmente:

	A	B
1	**Ventas semana 23/2012**	
2		
3	Lunes	585
4	Martes	750
5	Miércoles	1350
6	Jueves	1745
7	Viernes	1950
8	Sábado	2225
9	Domingo	450
10	**Total**	**9055**
11	**Promedio**	**1294**

Gráfico

Selecciona el rango B3:B9, y haz clic en el botón “Gráfico” de la barra de herramientas. Selecciona alguno del tipo columnas.

Prueba las opciones hasta que te quede aproximadamente así:

4.3. En una hoja de cálculo nueva

a) Copia los datos de la siguiente figura:

F2 fx 3%

	A	B	C	D	E	F
1	Concepto	2011	2012	2013		Incremento anual
2	Electricidad	350				3%
3	Teléfono	240				
4	Limpieza	180				
5	Transporte	135				
6	Alimentación	1900				

b) En C2 introduce la fórmula =B2*(1+F2) → = B2*(1+$F$2)
En D2 introduce la fórmula = C2*(1+F2) → = C2*(1+$F$2)

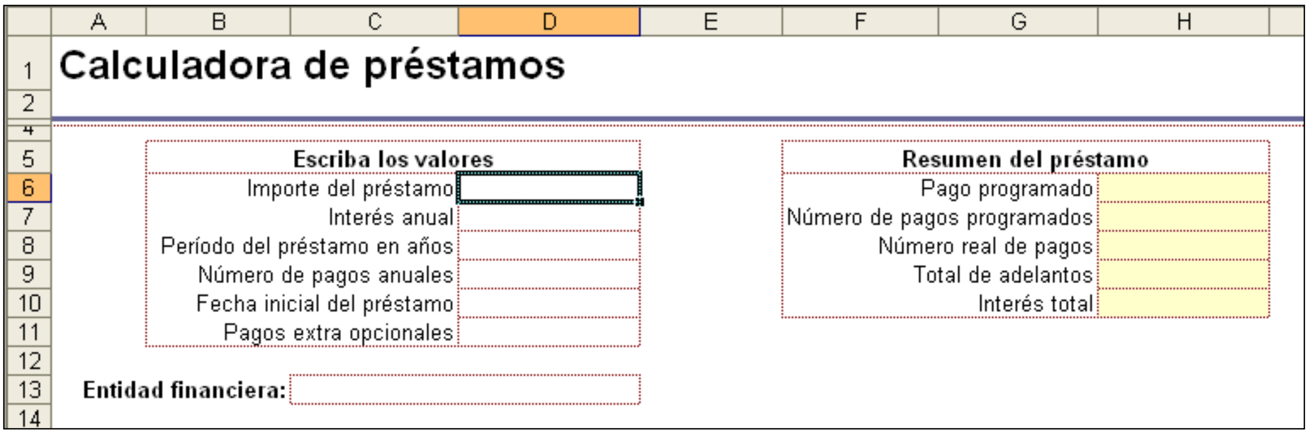
(El signo $ se introduce para que al "tirar" de las fórmulas hacía abajo, F2 no se adapte.
Si tiras de las fórmulas sin añadir estos signos la referencia F2 se adapta a F3, F4… cuyo contenido es 0%, por lo que no habría aumentos)
La referencia F2 se llama "referencia relativa"
La referencia $F$2 se llama "referencia absoluta"

Selecciona a la vez C2 y D2 y "tira" del tirador de relleno hacía abajo

Añade totales en fila 7, y da a las celdas formato número con dos decimales

	A	B	C	D	E	F
1	**Concepto**	**2011**	**2012**	**2013**		Incremento anua
2	Electricidad	350	360,50	371,32		3%
3	Teléfono	240	247,20	254,62		
4	Limpieza	180	185,40	190,96		
5	Transporte	135	139,05	143,22		
6	Alimentación	1900	1957,00	2015,71		
7	**Total:**	**4816,00**	**4901,15**	**4988,82**		

4.4. Crea una hoja de cálculo nueva/ plantilla. Selecciona "Amortización de préstamos", y rellena con los datos de algún préstamo ficticio para ver cómo funciona:



4.5 Ejercicio opcional: Envía un e-mail a tu profesor adjuntando las actividades Excel resueltas

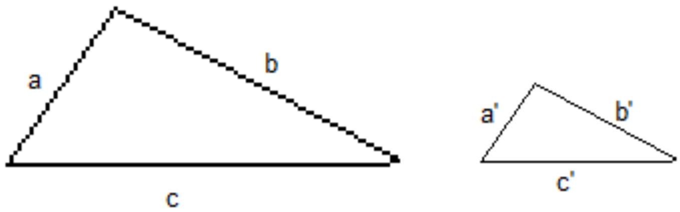
Lecc. 11.- SEMEJANZA. TRIGONOMETRÍA

1. Semejanza; 2. Teorema de Tales; 3. Mapas y escalas; 4. Razones trigonométricas.
5. Resolución de triángulos rectángulos; 6. Relaciones fundamentales

1. SEMEJANZA

Dos figuras son semejantes si tienen la misma forma (una es como la otra “tras aplicarle zoom”).
Si dos figuras son semejantes, los lados correspondientes son proporcionales.

Si los siguientes triángulos son semejantes

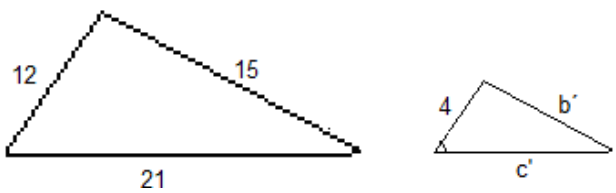


Los lados correspondientes serán proporcionales:

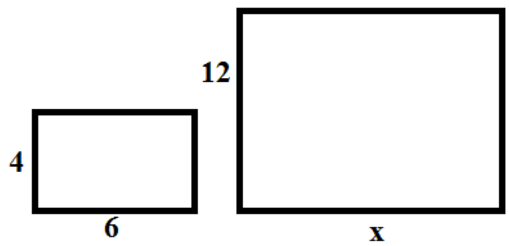
$$\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}=k\ (\textit{razón de semejanza})$$

1.1. Ejercicios

a) Calcula las medidas que faltan en el segundo triángulo, y la razón de semejanza (la razón del mayor al menor).



b) Sabiendo que los siguientes rectángulos son semejantes, obtener el ancho del mayor



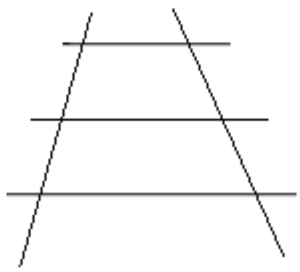
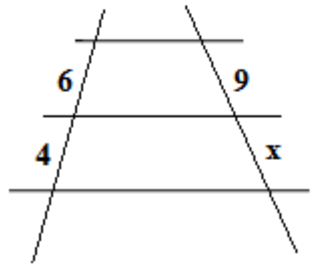
c) Los lados de un triángulo miden 6, 8 y 12 cm. Se construye otro semejante cuyo lado menor mide 9 cm. Obtener los otros dos lados y la razón de semejanza (la razón del mayor al menor).

d) Una varilla de un metro proyecta una sombra de 60 cm. ¿Qué altura tiene un árbol que en ese mismo momento proyecta una sombra de 7,20 m?

e) Un rectángulo tiene unas dimensiones de 15 cm x 20 cm. Si el lado menor de otro rectángulo semejante a él mide 6 cm, ¿cuánto mide el lado mayor?

Tales de Mileto
Nacido en **Mileto**, Grecia (actualmente Turquía), en el año 624 a.C. Filósofo y matemático.
En su juventud viajó a Egipto, donde aprendió geometría y astronomía. Fue maestro de Pitágoras.

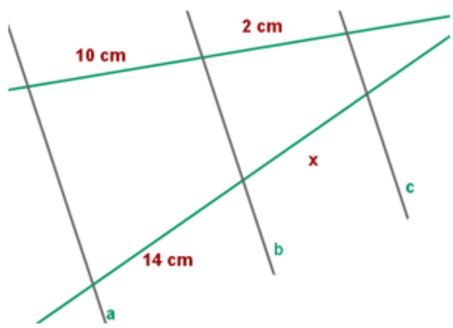
2. TEOREMA DE THALES

Si tres o más rectas paralelas 	Son cortadas por dos rectas transversales 	Los segmentos determinados son proporcionales. Ejemplo:  $\frac{6}{4} = \frac{9}{x} \Rightarrow$ $6x = 36 \;\Rightarrow\; x = 6$

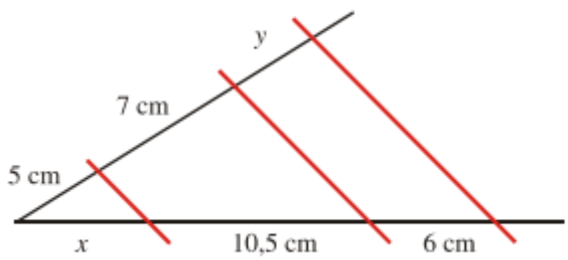
Sugerencia: busca en YouTube, “Les Luthiers, Teorema de Tales”

2.1. Ejercicios

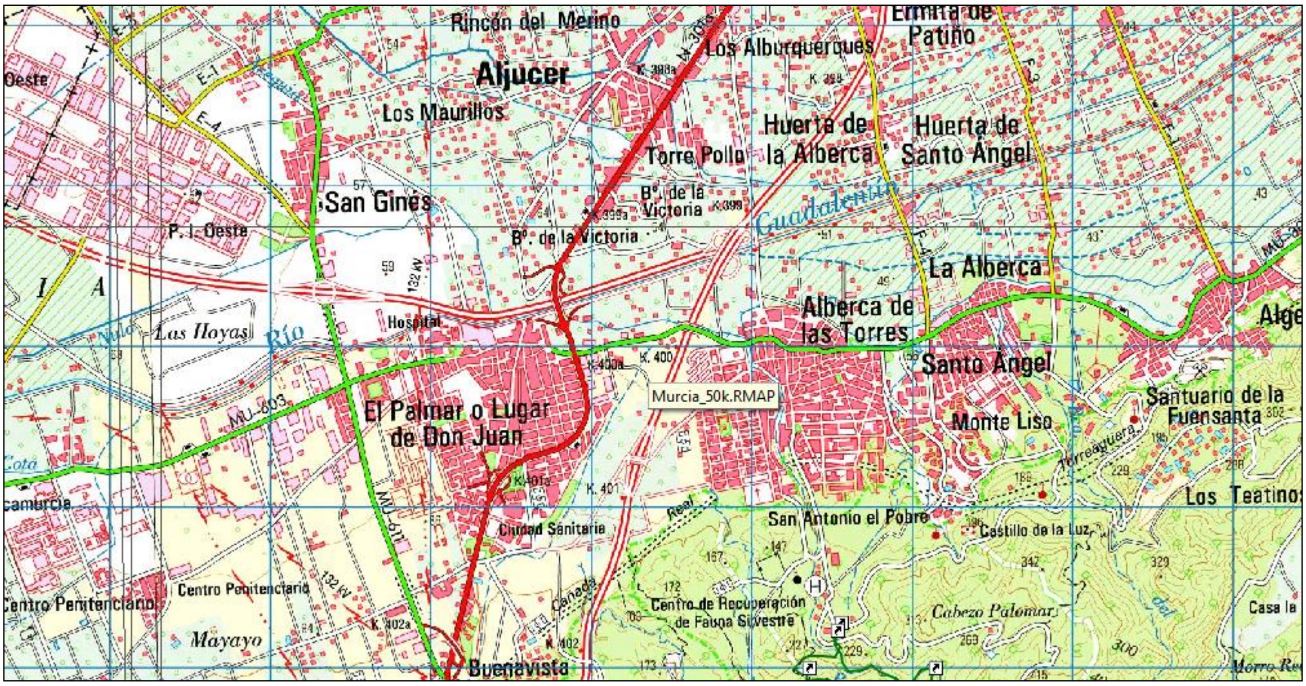
a) Las rectas a, b y c son paralelas. Obtener la longitud x



b) Calcular los valores x e y:



3. MAPAS. ESCALAS



La escala indica la razón entre el mapa y la realidad.

Por ejemplo, 1:50 000 indica que por cada unidad en el mapa hay 50 000 en la realidad.
1 cm en el mapa = 50.000 cm en la realidad (50.000 cm = 500 m = 0,5 km)

3.1. Ejercicios

Escala 1: 50 000	
distancia en mapa cm	distancia real km
6 cm	
15 cm	
	1 km
	2,4 km

Escala 1: 200 000	
distancia en mapa cm	distancia real km
3 cm	
7 cm	
	12 km
	25 km

3.2. Ejercicios

a) En un mapa escala **1:50 000** la distancia que separa dos ciudades es de 8 cm. ¿A qué distancia real se encuentran ambas ciudades?

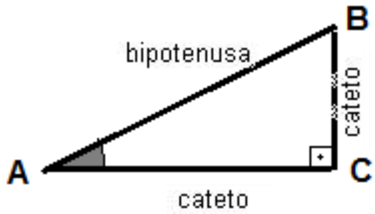
b) En un mapa de escala **1:200 000**, ¿Cuál será la distancia entre dos ciudades A y B cuya distancia real es 360 km?

c) ¿Qué distancia real medida en kilómetros hay entre dos ciudades que están separadas por 4,5 cm en un mapa a escala 1:500.000?

d) Si en un mapa 1 kilómetro equivale a 4 centímetros, ¿cuál es la escala de ese mapa?

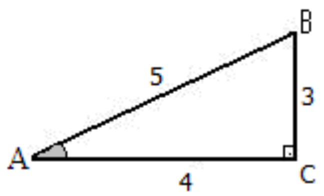
4. RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

Si consideramos un ángulo agudo de un triángulo rectángulo:



Seno de A	Coseno de A	Tangente de A
sen A = $\dfrac{\textit{cateto opuesto}}{\textit{hipotenusa}}$	cos A = $\dfrac{\textit{cateto adyacente}}{\textit{hipotenusa}}$	tg A = $\dfrac{\textit{cateto opuesto}}{\textit{cateto adyacente}}$

Ejemplos:



sen A = $\frac{3}{5}$ = 0,60

cos A = $\frac{4}{5}$ = 0,8

tg A = $\frac{3}{4}$ = 0,75

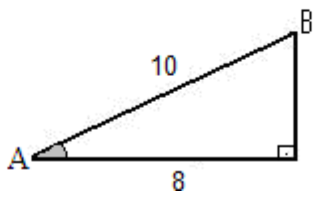
sen B = $\frac{4}{5}$ = 0,80

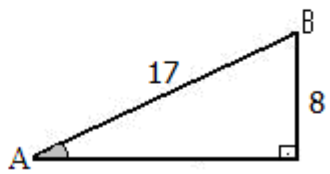
cos B = $\frac{3}{5}$ = 0,60

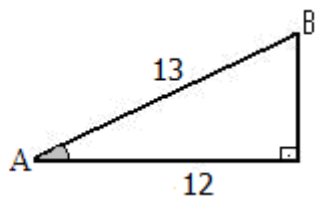
tg B = $\frac{4}{3}$ = 1,33

4.1. Ejercicios:

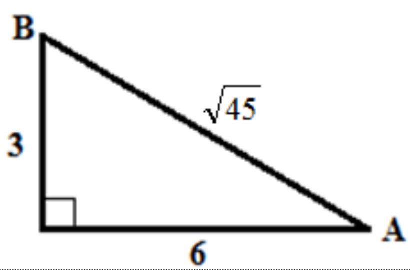
a) Obtener las razones de los ángulos A y B:







b) Obtener las razones de los ángulos A y B. Racionaliza los resultados:



RAZONES DE 45º

Se parte un cuadrado de lado 1, y calculamos la diagonal por Pitágoras

Con esta figura calculamos las razones de 45º

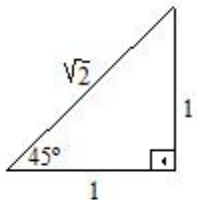


Figura 1

RAZONES DE 30º y 60º

En un Δ equilátero de lado 2, calculamos la altura por Pitágoras.

Con esta figura calculamos las razones de 30º y 60º

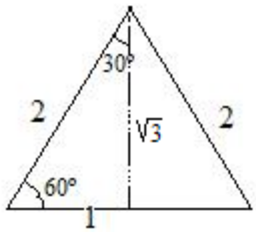


Figura 2

Llegamos a los siguientes resultados, ya racionalizados:

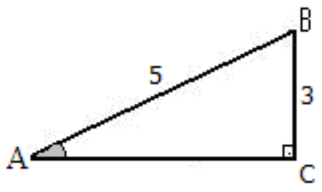
	30º	**45º**	**60º**
seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
coseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

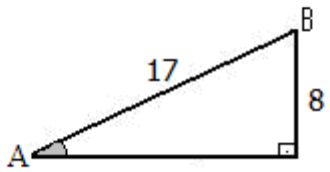
5. RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

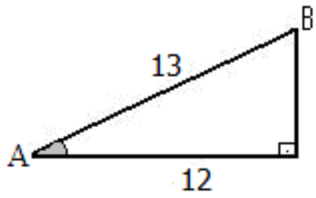
Resolver un Δ es calcular sus tres lados y sus tres ángulos.
Para resolver un Δ rectángulo nos darán dos lados o un lado y un ángulo.

5.1. Resuelve los triángulos:

Conociendo dos lados:
Indicación: Calcula el lado que falta (Pitágoras), y el ángulo A a partir del arco tangente (calculadora)

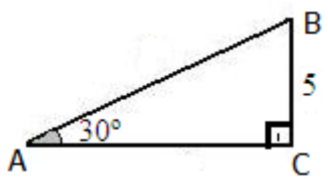


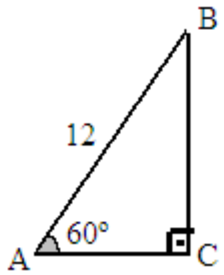


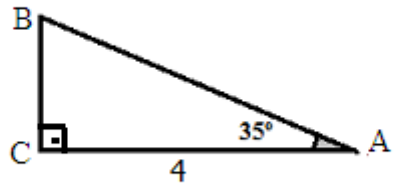


5.2. Resuelve los triángulos:

Conociendo un lado y un ángulo
Indicación: Calcula el lado C usando la tg A

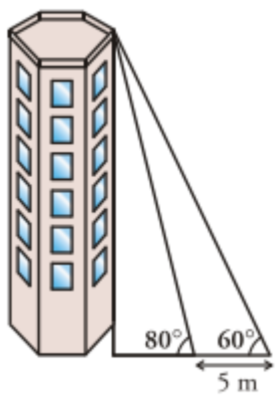




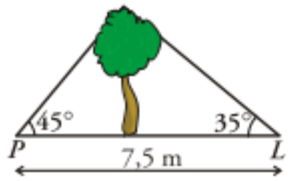


5.3. Ejercicios:

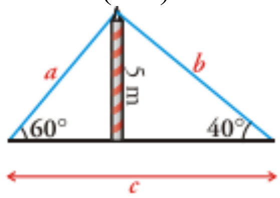
a) Para medir la altura de una torre nos situamos en un punto del suelo y vemos el punto más alto de la torre bajo un ángulo de 60º. Nos acercamos 5 metros a la torre en línea recta y el ángulo es de 80º. Halla la altura de la torre.



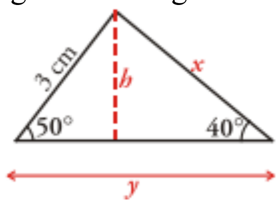
b) Pablo y Luis están situados cada uno a un lado de un árbol, como indica la figura:
(a) Calcula la altura del árbol. (b) ¿A qué distancia está Pablo del árbol?



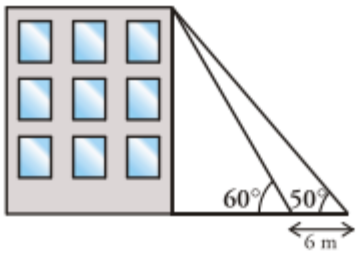
c) Un mástil de 5 metros se ha sujetado al suelo con un cable como muestra la figura:
Halla el valor de c y la longitud del cable (a+b).



d) Halla los valores de x, y, h en el siguiente triángulo:



e) Desde el suelo vemos el punto más alto de un edificio con un ángulo de 60º. Nos alejamos 6 metros en línea recta y este ángulo es de 50º. ¿Cuál es la altura del edificio?



f) Las diagonales de un rombo miden 10 y 14 cm, respectivamente. Calcula el lado del rombo y sus ángulos.